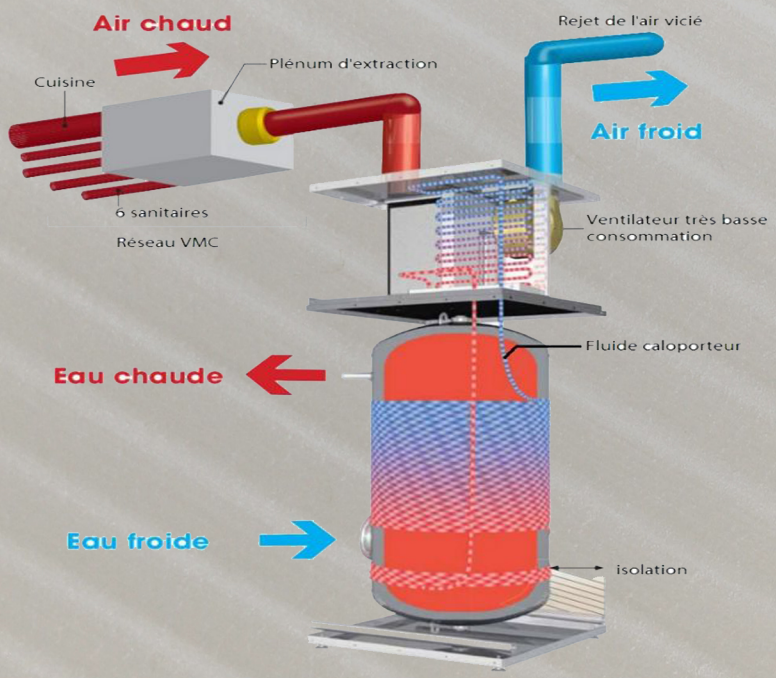
Les TD avec solution

Thermodynamique



متمنياتنا للجميع بالتوفيق والنجاح

2016/2017

www.clubnajah.com
Clubnajah2013@gmail.com
www.facebook.com/succes.club

Travaux dirigés de Thermodynamique : Série n° 1

Dérivées et Différentielles

Exercice 1

❖ Dériver deux fois les fonctions suivantes :

$F(x) = x^n$; $G(x) = 2x\,(1 + x)^{-1}$; $H(x) = (\log[x])^2$

Exercice 2

❖ Pour les fonctions f(x, y) suivantes, donner l'expression des dérivées partielles.
$F(x,y) = a + 3x^2 + \log(y)$; $G(x,y) = \log(x/y)$; $H(x,y) = \cos(x + y)$,

Exercice 3

❖ Soit une fonction $U(x, y) = ax + c/(y - b)$ avec a, b et c des constantes.

Donner la forme différentielle de U(x,y).

Exercice 4

❖ On a mesuré en laboratoire une quantité δQ correspondant aux variations d'une propriété Q en fonction de deux paramètres x et y. On a obtenu

$\delta Q = a\,dx + \frac{cx}{y-b}dy$. Est-ce une différentielle au sens mathématique ?

Exercice 5

Variations et différentielles (application).

On considère : a) un carré de côté a = 10 cm ; b) un cercle de rayon a = 10 cm.

Pour chacun de ces deux cas :

1. Déterminer la variation $\delta\ell$ du périmètre ℓ et la variation δS de la surface S, lorsque « a » varie de δa.

Calculer $\delta\ell$ et δS, pour δa = 0,1 cm puis δa = 0,001 cm.

2 - Calculer les dérivées $\frac{\partial l}{\partial a}$ et $\frac{\partial S}{\partial a}$ et les différentielles d ℓ de ℓ(a) et dS de S(a), en fonction de a et da.

3. Déterminer les erreurs relatives commises sur les calculs de $\delta\ell$ et δS, si on utilise respectivement les différentielles d ℓ et dS au lieu des variations exactes $\delta\ell$ et δS, en fonction de a et δa.

N.B : l'élément différentiel da s'identifie alors avec la variation δa.

Calculer ces erreurs pour δa = 0,1 cm puis δa = 0,001 cm.

Travaux dirigés de Thermodynamique : Série n° 2

Exercice 6

- Calculer les dérivées partielles suivantes pour un gaz parfait :

$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$, $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$,

$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V$, $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P$,

$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$, $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

Que remarquez-vous ?

Exercice 7

- Démontrer qu'en général on a : $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -1$
- Soit les coefficients thermo élastiques suivantes :

Le coefficient d'augmentation de volume à pression constante : $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$

Le coefficient d'augmentation de pression à volume constante : $\beta = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

Le coefficient de compressibilité à température constante : $\times = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$

Démontrer que : $\frac{\times \cdot \beta}{\alpha} = \frac{1}{P}$

- Calculez ces trois coefficients $(\alpha, \beta, \times)$ pour un gaz parfait et en déduire la relation qui les lie.
- Des mesures expérimentales ont montré que les coefficients de dilatation isobare et de compressibilité isotherme d'une mole d'un gaz s'expriment, en fonction des variables indépendantes : pression p et température T, par les équations

$\alpha = \frac{R}{R.T+b.p}$ et $X = \frac{R.T}{p\,(R.T+b.P)}$ (Où R et b sont des constantes)

Trouvez l'équation d'état de ce gaz, relative à une mole.

Assiya ATIF

Université Chouaib Doukkali --- Filière SMPC

Travaux dirigés de Thermodynamique : Série n° 3

Exercice 8

❖ On met en contact deux morceaux de fer de températures (T_1=25°C, T_2=90°C) et de masse (m_1=100g, m_2=150g) dont la capacité calorifique est supposée indépendante de la température (C= 0,46 jKg^{-1}).

A l'équilibre thermique, calculer la température finale.

Exercice 9

$C_e = 4185 J.Kg^{-1}.K^{-1}$

On mélange dans une enceinte calorifugé, à pression constante (P=Cte), une masse m_1 d'eau à la température T_1=67°C avec une masse m_2 d'eau à la température T_2= 27°C.

❖ Quelle est la chaleur massique de l'eau ?

❖ Déterminer littéralement, puis numériquement la température d'équilibre (Te) en fonction de m_1, m_2, T_1 et T_2.

A.N : m_1 = 10g et m_2=90g

❖ Quelle masse d'eau peut-on mélanger à la masse m_1 pour obtenir Te=60°C ?

Exercice 10

Rappeler les trois relations de la chaleur en cas générale.

❖ Calculer les coefficients calorimétriques (l, h, λ et μ) en fonction de Cp, Cv et des dérivées partielles.

❖ Donner la relation de Meyer généralisée.

❖ Pour un gaz parfait, le volume molaire normal vaut 22,414 litres/mol, Calculer R en utilisant les unités du système international.

❖ Donner les trois relations de Clausius de la chaleur pour un gaz parfait ainsi que la relation de Meyer pour une mole.

❖ Sachant que $\gamma = \frac{C_P}{C_v}$, calculer C_P et Cv pour γ= 1.4.

Calorifugé = adiabatique = ne laisse pas passé la Q

Université Chouaib Doukkali --- Filière SMPC

Travaux dirigés de Thermodynamique : Série n° 4

نادي التجارة
المكتب المسير
كلية العلوم

Exercice 11

On Considère deux moles d'oxygène (gaz supposé parfait) que l'on peut faire passer réversiblement de l'état initial A (P_A, V_A, T_A=300k), et à la pression atmosphérique, à un état final B (P_B, VB, T_B) par trois chemins distincts :

- Une transformation isotherme dont la pression finale est le triple de la pression initiale,
- Une transformation isobare suivie d'une transformation isochore,
- Une transformation isochore suivie d'une transformation isobare.
- Calculer les trois quantités de chaleurs reçues ou cédées (Q_1, Q_2 et Q_3),
- Comparez ces quantités de chaleurs et conclure.

Exercice 12

On comprime un gaz (supposé G.P) adiabatiquement d'un état initial (i) à un état final(f).

- Qu'est-ce que une transformation adiabatique ?
- Démontrer la loi de Laplace, et en déduire toutes les relations qui lient les paramètres (P, V, T).

Exercice 13

On effectue, de 3 façons différentes, la compression d'une mole du diazote N_2 (≅ Air) de l'état 1(P1 =P_0=1bar, V_1=3ℓ) à l'état 2 (P_2=3P_0, V_2=1 litre)

- Transformation isochore puis isobare
- Transformation isobare puis isochore
- Transformation telle que PV = Cte

Représenter dans le diagramme de Clapeyron les 3 transformations.

Que représente l'aire limitée par les courbes représentantes ?

Que remarquez – vous ?

Calculer le travail pour chaque transformation.

Conclure.

Travaux dirigés de Thermodynamique : Série n° 5

Exercice 14

On considère un Système fermé

- Qu'est-ce qu'un un Système fermé ?
- Enoncer le premier principe pour un Système fermé subissant une transformation finie de l'état 1 à l'état 2.
- Que traduit ce principe ?

Soit un système fermé, constitué de n mole d'un gaz parfait, de capacité Cv constante.

- Donner l'équation d'état du système.
- Donner l'expression de l'énergie interne et celle de l'enthalpie.
- Donner l'expression différentielle de l'énergie interne et celle de l'enthalpie en fonction de température.

Le système subit une transformation isentropique.

- Qu'est-ce qu'une transformation isentropique ?
- La quantité Cp/Cv reste constante, montrer que la grandeur $TV^{\gamma-1}$ reste invariante.

On pose $Cp/Cv = \gamma$ et $R/\gamma - 1 = Cv$

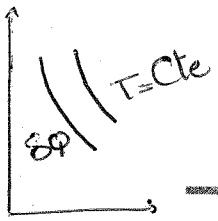
Exercice 15

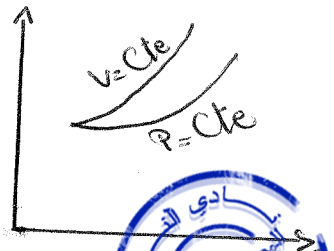
Etude d'un cycle de Carnot

On fait subir à une mole de gaz parfait monoatomique une suite de transformations réversibles. On donne le rapport $(Cp/Cv) = 5/3$ et $\mathbf{R = 8.32 JK^{-1}mol^{-1}}$. On part d'un état représenté sur un diagramme (entropie, température) par un point $\mathbf{M_1}$

Le volume du gaz vaut alors $\mathbf{V_1 = 10^{-3} m^3}$ et la température est $\mathbf{T_1 = 400K}$

- On fait subir à ce gaz une détente isotherme, ce qui porte son volume à $\mathbf{V_2 = 2.V_1}$. Calculer la pression finale P_2, la variation d'entropie $\mathbf{S_2 - S_1}$ et le travail W_1 reçu par le gaz au cours de cette transformation.
- A partir de cet état, le gaz subit une transformation adiabatique, la température étant passée à $\mathbf{T_3 = 300K}$. Calculer le travail W2, la pression P3 et le volume V3.
- Une compression isotherme où l'entropie a repris sa valeur initiale $\mathbf{S_1}$. Calculer le travail $\mathbf{W_3}$ reçu par le gaz au cours de cette compression, ainsi que le volume V4 et la pression $\mathbf{P_4}$ en fin d'opération.
- Le cycle est fermé grâce à une compression adiabatique. Calculer le travail $\mathbf{W_4}$ reçu par le gaz au cours de cette transformation.
- Représentez le cycle dans le diagramme de Clapeyron.
- Sur le diagramme comment sont représentées les quantités de chaleur reçues par le gaz au cours de chacune des transformations, ainsi que la quantité de chaleur totale ?
- En déduire le travail et la quantité de chaleur mis en jeux au cours du cycle. Le principe d'équivalence est-il vérifié ?
- Quelle est la nature du cycle ? Justifiez votre réponse.





Travaux dirigés de Thermodynamique : Série n° 6

Exercice 16

- Démontrer que la constante des gaz parfaits est égale à : R = 8.31 $J.K^{-1}.mol^{-1}$.
- Démontrer que, dans le diagramme (T, S), la pente des isochores est supérieur à la pente des isobares.
- Représenter ces transformations dans le diagramme (T.S), à partir d'un même point de l'axe des températures.

Exercice 17

Dans une machine thermique, une mole d'un gaz parfait décrit le cycle des transformations suivantes :

Initialement à l'état 1, ($P_1=10^5$ Pa, T_1=300k), il subit une évolution adiabatique jusqu'à l'état 2 : (P_2, T_2) ; Il se trouve alors en contact avec une source chaude, il se réchauffe, de façon isobare, jusqu'à T_3=900k.

Ensuite, il se détend de manière adiabatique réversible jusqu'à la pression P_4, sa température est alors T_4.Il achève de se refroidir, d'une façon isobare, au contact d'une source froide, il se trouve, alors dans l'état 1.

1. Quelle est la relation entre P_2 et P_3 ?
2. Tracer le cycle sur le diagramme de Clapeyron (P, V).
3. Démontrer que lors d'une transformation adiabatique, on a la relation suivante : $\mathbf{P^{1-\gamma} T^{\gamma} = cte.}$
4. En déduire l'expression de T_2 en fonction de P_1, P_2, T_1 et γ ;
5. En déduire l'expression de T_4 en fonction de P_1, P_2, T_3 et γ.
6. Exprimer en fonction des températures l'énergie Q_c échangée avec la source chaude et Q_f échangée avec la source froide.
7. Donner l'expression du travail de cycle en fonction de Cp, T_1, T_2, T_3 et T_4.
8. Soit le rapport $\tau = \frac{P2}{P1}$, Pour τ = 4 et γ = 1,4, Donner les valeurs numériques des différents paramètres (P, V, T) , des travaux et des quantités de chaleurs échangées, quelle la nature du cycle ? justifier votre réponse.
9. donner le rendement η théorique de cette machine et démonter qu'il peut s'écrire : $\eta = 1 - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$; calculer le rendement

Thermodynamique — Série n° 1

Exercice 1 :

* $F(x) = x^m \Rightarrow F'(x) = m x^{m-1}$

$F'(x) = m(m-1) x^{m-2}$

* $G(x) = 2x(1+x)^{-1}$ $\qquad (f^m)' = m f' f^{m-1}$

$G'(x) = 2(1+x)^{-1} - 2x(1+x)^{-2}$ $\qquad x \neq 0$.

$G'(x) = 2(1+x)^{-2}\left[-x + (1+x)\right]$

$G'(x) = 2(1+x)^{-2}$ $\qquad (\log(x))' = \frac{1}{x}$

$\Rightarrow G''(x) = -4(1+x)^{-3}$. $\qquad f^m = m f' f^{m-1}$

* $H(x) = (\log(x))^2$ $\qquad x > 0$ $\qquad (\log(x))^2 = 2 \times \frac{1}{x} \times \log(x)^{2-1}$

$H'(x) = \frac{2}{x}\log(x)$

$H''(x) = \frac{-2}{x^2}\log(x) + \frac{2}{x^2} = \frac{2}{x^2}(1 - \log x)$.

Exercice 2 :

$F(x) = a + 3x^2 + \log(y)$.

$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_y = 0 + 6x + 0 = 6x$.

$$* \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_x = 0 + 0 + \frac{1}{y} = \frac{1}{y}$$

$$* \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right)_y = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_y = \frac{\partial}{\partial x}(6x) = 6$$

$$* \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}\right)_x = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_x = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{y}\right)_x = \frac{-1}{y^2}$$

$$* \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \times \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_y = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{y}\right)_y = 0$$

$$* \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_x = \frac{\partial}{\partial y}(6x)_{x_0} = 0.$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x}$$

$$* G(x,y) = \log\left(\frac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$$

$$* \left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)_y = \frac{1}{x} + 0 = \frac{1}{x}$$

$$* \left(\frac{\partial G}{\partial y}\right)_x = 0 - \frac{1}{y} = \frac{-1}{y}$$

$$* \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)_y = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$$

* $\left(\frac{\partial^2 G}{\partial y^2}\right)_x = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial G}{\partial y}\right)_x = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{-1}{y}\right) = \frac{1}{y}$

* $\frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial G}{y}\right)_y = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{-1}{y}\right) = 0$

* $\frac{\partial^2 G}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)_x = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 G}{\partial y \partial x}$$

* $H(x,y) = \cos(x+y)$.

* $\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_y = -\sin(x+y)$; * $\left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)_x = -\sin(x+y)$

* $\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}\right)_y = -\cos(x+y)$; * $\left(\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}\right)_x = -\cos(x+y)$.

* $\frac{\partial H}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)_y = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\sin(x+y)\right)$

$= -\cos(x+y)$.

* $\frac{\partial H}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)_x = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\sin(x+y)\right) = -\cos(x+y)$

Exercice 3 : $U(x,y) = ax + \frac{c}{y-b}$

a, b, c ctes.

$$\underline{dU} = \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_x dy.$$

* $\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_y = a$

* $\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_x = \frac{-c}{(y-b)^2}$

$$\underline{dU} = a\,dx - \frac{c}{(y-b)^2} dy.$$

Exercice 4 :

$$\delta Q = a\,dx + \frac{cx}{y-b} dy.$$

$$\delta Q = A(x,y)\,dx + B(x,y)\,dy.$$

avec $A(x,y) = a$.

et $B(x,y) = \frac{cx}{y-b}$ $\quad c \neq 0.$

δQ est une différentielle totale exacte

ssi $\quad \frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial x}$

* $\left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_x = 0$

* $\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)_y = \frac{c}{y-b} \Rightarrow \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_x \neq \left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)_y$

δQ n'est pas une différentielle totale exacte

$\delta R = a\,dx - \frac{c}{(y-b)^2}\,dy$. R est différentielle exacte.

$\delta R = d\left(ax + \frac{c}{y-b}\right) = dU$

$U = ax + \frac{c}{y-b}$; $dU = \delta R$; $R = U$

Exercice 5 :

	carrée	cercle
périmètre	$\ell_{carré} = 4a$	$\ell_{cercle} = 2\pi a$
surface	$S_{carré} = a^2$	$S_{cercle} = \pi a^2$

$a = 10\ cm = 0,1\ m$

$\delta a_1 = 0,1\ cm = 0,001\ m$.

$\delta a_2 = 0,001 = 0,0001$

$a \longrightarrow a + da$

$\ell(a) \longrightarrow \ell(a + da)$.

$S(a) \longrightarrow S(a + da)$.

$\Rightarrow \begin{cases} d\ell = \ell(a+da) - \ell(a). \\ dS = S(a+da) - S(a). \end{cases}$

	$a = 0,1$	$a + \delta a_1 = 0,101$	$a + \delta a_2 = 0,10001$
l carré	0,4	0,404	0,40004
δl carré	—	0,004	0,00004
l cercle	0,628	0,63428	0,6280628
δl cercle	—	$6,28 \cdot 10^{-3}$	$6,28 \cdot 10^{-5}$
S carré	0,1	0,010201	0,010002
δS carré	—	0,000201	0,000002
S cercle	0,0314	0,03203114	0,03140628
δS cercle	—	$6,3114 \cdot 10^{-4}$	$6,280314 \cdot 10^{-6}$

2 ⇒ $f(x) \longrightarrow df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) dx$

$l(a) \longrightarrow dl = \left(\frac{\partial l}{\partial a}\right) da$

$S(a) \longrightarrow dS = \left(\frac{\partial S}{\partial a}\right) da$

نادي الفجر
المكتب المسير
كلية العلوم

* $\frac{\partial l_{carré}}{\partial a} = 4 \Rightarrow \partial l_{carré} = 4\, da$

* $\frac{\partial l_{cercle}}{\partial a} = 2\pi \Rightarrow \partial l_{cercle} = 2\pi\, da$

* $\frac{\partial S_{carré}}{\partial a} = 2a \Rightarrow \partial S_{carré} = 2a\, da$

* $\frac{\partial S_{cercle}}{\partial a} = 2\pi a \Rightarrow \partial S_{cercle} = 2\pi a\, da$

δa	10^{-3}	10^{-5}
$\delta \ell_{carré}$	4.10^{-3}	4.10^{-5}
$\delta \ell_{cercle}$	$6,28.10^{-3}$	$6,28.10^{-5}$
$\delta S_{carré}$	2.10^{-4}	2.10^{-6}
δS_{cercle}	$6,28.10^{-4}$	$6,28.10^{-5}$

$$\delta S_{cercle} = S(a+\delta a) - S(a).$$

$$= \pi (a+\delta a)^2 - \pi a^2.$$

$$= 2\pi a\, \delta a + \underline{\underline{\pi\, \delta a^2}}.$$

$$\delta \ell_{carré} = \ell(a+\delta a) - \ell(a).$$

$$= 4(a+\delta a) - 4a.$$

$$= 4\,\delta a = \delta \ell_{carré}.$$

$$\delta S_{carré} = S(a+\delta a) - S(a).$$

$$= (a+\delta a)^2 - a^2.$$

$$= 2a\,\delta a + \underline{\underline{\delta a^2}}$$

$$\delta S_{carré} = \delta S_{carré} + \delta a^2.$$

Série 2: Gaz parfait: $PV = mRT$.

Exercice 6:

$PV = mRT \Rightarrow V = \frac{mRT}{P}$

* $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{mRT}{P}\right)_P$

* $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{mR}{P} = \frac{V}{T}$

* $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = \frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{PV}{mR}\right)_V = \frac{V}{mR} = \frac{T}{P}$

* $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{mRT}{V}\right)_T = \frac{-mRT}{V^2} = -\frac{P}{V}$

* $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{PV}{mR}\right)_P = \frac{P}{mR} = \frac{T}{V}$

* $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{mRT}{P}\right)_V = \frac{-mRT}{P^2} = -\frac{V}{P}$

* $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{mRT}{V}\right)_P = \frac{mR}{V} = \frac{P}{T}$

Remarque:

- $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \times \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = 1$
- $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \times \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = 1$
- $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \times \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = 1$

$\Rightarrow \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \times \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z = 1$

- $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \times \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = -1$

Pour un gaz parfait:

$$\left(\frac{-V}{P}\right) \times \left(\frac{P}{T}\right) \times \left(\frac{T}{V}\right) = -1$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \times \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \times \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

Exercice 7:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \times \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \times \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1$$

* $\partial V = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT$

* $dP = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT$

$$\partial V = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT\right) + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT$$

$$\partial V = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV + \left[\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P\right] dT$$

$\forall$ V et T Donc:

* $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 1$

* $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$

$$= -\frac{1}{\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P}$$

Car $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \times \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = 1$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \times \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -1}$$

* ona: $\alpha = \frac{1}{V} \times \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$

$\beta = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$

$\chi = \frac{-1}{V} \times \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$

Montrer que: $\frac{\chi \times \beta}{\alpha} = \frac{1}{P}$

$$\frac{\chi \times \beta}{\alpha} = \frac{-\frac{1}{V} \times \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \frac{1}{P} \times \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}{\frac{1}{V} \times \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P} = -\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \frac{1}{P} \times \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \times \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P$$

$$\frac{\chi \times \beta}{\alpha} = -\frac{1}{\rho} \times \left[\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \times \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \times \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \right]$$

$$= -\frac{1}{\rho} \times (-1)$$

$$\frac{\chi \times \beta}{\alpha} = \frac{1}{\rho}$$

Donc: $\frac{\chi \times \beta}{\alpha} = \frac{1}{\rho}$

pour un gaz parfait:

$$\alpha = \frac{1}{V} \times \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{V} \times \frac{V}{T} = \frac{1}{T}$$

$$\beta = \frac{1}{\rho} \times \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{\rho} \times \frac{\rho}{T} \times \frac{1}{T}$$

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \times \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{1}{V} \times \left(-\frac{V}{\rho}\right) = +\frac{1}{\rho}$$

$$\frac{\chi_T \times \beta}{\alpha} = \frac{+\frac{1}{\rho} \times \frac{1}{T}}{\frac{1}{T}} = \frac{1}{\rho}$$

$$\alpha = \frac{R}{RT+b\rho} = \frac{1}{V} \times \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

$$\chi = \frac{RT}{\rho(RT+b\rho)} = -\frac{1}{V} \times \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{RV}{RT+bP}$$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP$$

$P = cte \Rightarrow dP = 0.$

$$* \quad dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT$$

$$* \quad dV = \frac{RV}{RT+bP} \times dT \Rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{R}{RT+bP} dT$$

$$\Rightarrow \ln V = \ln(RT+bP) + C(P).$$

soit $C(P) = \ln f(P).$

$$\boxed{V = f(P)(RT+bP)}$$

$$\chi = -\frac{1}{V} \times \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \Rightarrow \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\chi V$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{\partial f}{\partial P}(RT+bP) + f(P) \times \frac{\partial}{\partial P}(RT+bP)_T$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = \frac{\partial f}{\partial P}(RT+bP) + f(P) \times b$$

$$= -\chi V$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\chi V = -\left[\frac{RT}{P(RT+bP)}\right]\left[f(P)(RT+bP)\right]$$

$$= -\frac{RT}{P} \times f(P).$$

$$\frac{\partial f}{\partial P}(RT+bP) + bf = -\left(\frac{RT}{P}\right) f.$$

$$\frac{\partial f}{\partial P}(RT+bP) + \frac{f}{P}(RT+bP) = 0.$$

$$\frac{\partial f}{\partial P} + \frac{f}{P} = 0 \qquad \frac{\partial f}{f} + \frac{\partial P}{P} = 0.$$

$$\ln f + \ln P = cte = \ln A_0. \Rightarrow A_0 = cte.$$

$$f(P)\,P = A_0 \Rightarrow f(P) = \frac{A_0}{P}$$

$$V = \frac{A_0}{P}(RT + bP)$$

$$PV = A_0(RT + bP)$$

Gaz parfait: pas d'interaction entre les particules.
Pression faible.

Si $P \longrightarrow 0$

Si P tend vers 0.

$PV = A_0 RT$ donc A_0 = nombre de mole.

Pour $n = 1$ mole $\Rightarrow A_0 = 1$

$$P(V-b) = RT.$$

Equation des Van des Waals $n = 1$.

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT. \qquad b = \text{covolume}.$$

Série 3:

Exercice 8:

système isolé: $Q_T = 0$.

Etat initial $T_1 = 25°C$ $T_2 = 90C°$.

Etat final: Equilibre $Q_T = 0$.

$$Q_T = Q_2 + Q_1 = 0.$$

$$m_2 c (T_e - T_2) + m_1 c (T_e - T_1) = 0$$

$$(m_1 + m_2) T_e = m_1 T_1 + m_2 T_2.$$

$$T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$$

AN:

$$Te = \frac{(100g)(25C^\circ) + (150)\times(90^\circ C)}{150+100}$$

$$Te = 64\,C^\circ.$$

$$Te = \frac{(100)(25+273,15) + (150)(90+273,15)}{100+150}$$

$$Te = 337,15K = 64\,C^\circ.$$

Rq : Attention : en générale, il faut utiliser (K) pour la température.

Exercice 9 :

① $C = 1\ cal\ g^{-1}\ K^{-1}$
$= 4,18\ J\ g^{-1}\ K^{-1}.$

② $$Te = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1+m_2} = \frac{(10g)(67C^\circ) + (90g)\times(27^\circ C)}{10+90}$$

$$Te = 31\,C^\circ.$$

③ Etat initial : $m_1 = 100g$ $T_1 = 67C^\circ$
$m_2 = 90\,g$ $T_2 = 27C^\circ.$

Etat final : $m_1 = 10$, $m_2 = ?$ $Te = 60C^\circ.$

$$m_2 (T_e - T_2) + m_1 (T_e - T_1) = 0$$

$$m_2 = m_1 \left(\frac{T_1 - T_e}{T_e - T_2} \right) = 10 \times \left(\frac{67 - 60}{60 - 27} \right)$$

$$m_2 = 2,12 \text{ g.} \qquad \Delta T(K) = \Delta T(C^\circ).$$

Exercice 10:

(T, V) : $\delta Q = C_V dT + \ell dV$.

(T, P) : $\delta Q = C_P dT + h dP$.

(P, V) : $\delta Q = \lambda dP + \mu dV$.

① : $C_V dT + \ell dV = C_P dT + h dP$.

Si $P = cte$ $\quad dP = 0$.

$$C_V dT + \ell dV = C_P dT.$$

$$\ell dV = (C_P - C_V) dT.$$

$$\ell = (C_P - C_V) \left(\frac{dT}{dV} \right)_P.$$

$P = cte \Rightarrow dP = 0$.

$$\delta T = \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P dV + \left(\frac{\partial T}{\partial P} \right)_V \overbrace{dP}^{0}$$

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV$$

$$\left(\frac{dT}{dV}\right)_P = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \Rightarrow \ell = (C_p - C_V)\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P$$

① Si $V = cte$ $\quad dV = 0$.

$$\Rightarrow C_p dT + \ell dP = C_V dT$$

$$\Rightarrow \ell\, dP = (C_V - C_p)\, dT$$

$$\Rightarrow \ell = (C_V - C_p)\left(\frac{dT}{dP}\right)_V = -(C_p - C_V)\left(\frac{dT}{dP}\right)_V$$

Si $V = cte$ $\quad dV = 0$.

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V dP + \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \overbrace{dV}^{0}$$

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V dP \Rightarrow \left(\frac{dT}{dP}\right)_V = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V$$

$$\Rightarrow \ell = -(C_p - C_V)\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V$$

② Si $V = cte$. $\quad dV = 0$.

$$\lambda\, dP = C_V dT \Rightarrow \lambda = C_V \left(\frac{dT}{dP}\right)_V$$

$$\lambda = C_V \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V$$

$P = cte \quad dP = 0$

$$\mu \, dP = C_p \, dT \quad \Rightarrow \quad \mu = C_p \left(\frac{dT}{dP}\right)_V$$

$$\mu = C_p \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V$$

(2) Mayer généralisée.

$$C_p - C_v = T \left[\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \times \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P\right].$$

(3) : Gaz parfait : $PV = mRT$.

$$R = \frac{PV}{mT}$$

Conditions normales :

$m = 1$ mole.

$V = 22,414 \, \ell = 22,414 \cdot 10^{-3} \, m^3$.

$P = 1$ atm $= 1 \cdot 10^5$ Pa.

$T = 0°C = 273,15$ K.

$$R = \frac{(22,414 \cdot 10^{-3})(10^5)}{1 \times 273,15} = 8,314 \text{ Pa m}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

(4) :

$$C_p - C_v = \mathcal{F} \times \left(\frac{P}{\mathcal{F}} \times \frac{V}{T}\right) = \frac{PV}{T} = mR.$$

* $\ell = (C_p - C_v)\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = (mR)\left(\frac{T}{V}\right) = \frac{mRT}{V} = P.$

* $h = -(C_p - C_v) \times \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -mR \times \frac{T}{P} = -\frac{mRT}{P} = -V.$

* $\lambda = C_v \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \Rightarrow \mu = C_p \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P$

$$\begin{cases} C_p - C_v = mR \\ \gamma = \frac{C_p}{C_v} \end{cases}$$

$$C_v = \left(\frac{C_p}{C_v} - 1\right) = mR. \Rightarrow C_v = (\gamma - 1) = mR.$$

* $C_v = \frac{mR}{\gamma - 1}$

* $C_p = \gamma C_v = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times mR.$

(*) $\lambda = C_v \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = \frac{mR}{\gamma - 1}\left(\frac{T}{P}\right) = \frac{1}{\gamma - 1} \times \left(\frac{mRT}{P}\right)$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{V}{\gamma - 1}$$

(*) $\mu = C_p \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \times mR\right) \times \left(\frac{T}{V}\right.$

$$= \frac{\gamma}{\gamma - 1} \times \frac{mRT}{V} = P \times \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

$$\delta Q = C_V \frac{dT}{} + P\,dV.$$

$$= C_p\,dT - V\,dP.$$

$$= \left(\frac{V}{\gamma-1}\right) dP + \left(\frac{P\gamma}{\gamma-1}\right) dV.$$

AN: $\gamma = 1{,}4$

$n = 1\,mole$, $R = 8{,}314\ J\,K^{-1}\,mole^{-1}$.

$$C_V = \frac{nR}{\gamma-1} = \frac{(1\,mole)\times(8{,}314\ J\,K^{-1}\,mole^{-1})}{1{,}4-1}$$

$$C_V = 20{,}78\ J\,K^{-1}.$$

$$C_p = \gamma C_V = (1{,}4)(20{,}78).$$

$$C_p = 29{,}1\ J\,K^{-1}.$$

Montrer que: $C_p - C_V = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \times \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$.

$$\ell = (C_p - C_V)\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P.$$

$$C_p - C_V = \ell \times \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

$$\ell = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V ?$$

$$dU = \delta Q + \delta W = \delta Q - P dV$$

$$dU = C_V dT + (\ell - P) dV$$

diff Totale exacte.

$$\frac{\partial C_V}{\partial V}\Big)_T = \frac{\partial (\ell - P)}{\partial T}\Big)_V$$

$$(1) \quad \frac{\partial C_V}{\partial V}\Big)_T = \frac{\partial \ell}{\partial T}\Big)_V - \frac{\partial P}{\partial T}\Big)_V$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

$$dS = \frac{C_V}{T}\Big) dT + \frac{\ell}{T}\Big) dV$$

$$\frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{C_V}{T}\right)_T = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\ell}{T}\right)_V$$

$$\frac{1}{T}\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial \ell}{\partial T}\right)_V - \frac{\ell}{T^2}$$

$$(2) \quad \frac{\partial C_V}{\partial V}\Big)_T = \frac{\partial \ell}{\partial T}\Big)_V - \frac{\ell}{T}$$

Donc (1) − (2) $\Rightarrow \ell = T \frac{\partial P}{\partial T}\Big)_V$

Serie N° 4:

Exercice 11: $n = 2\,mole$, $R = 8,314\ J\,K^{-1}\,mol^{-1}$.

Transformation reversible : suite d'états d'équilibre.

1) Transformation isothermes:

$$\text{état } A \begin{cases} P_A = \\ V_A = \\ T_A = 300K \end{cases} \xrightarrow[T=cte.]{\text{isotherme}} \begin{cases} P_B = 3P_A. \\ V_B = \\ T_B = T_A \end{cases}$$

On a: $Q_1 = C_V dT + p dV$.

or $T = cte \Rightarrow dT = 0$.

donc: $\delta Q = P dV$.

$$\Rightarrow Q_1 = \int_{V_A}^{V_B} p dV \quad \text{or} \quad T = cte.$$

$$\Rightarrow PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V}$$

$$\Rightarrow Q_1 = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V}$$

$$Q_1 = nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right). \quad \text{or} \quad P_B = 3P_A.$$

et $P_B V_B = nRT_B = nRT_A = P_A V_A$

$T_B = T_A$.

$$P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow P_A V_A = 3 P_A V_B.$$

$$V_A = 3V_B \Rightarrow V_B = \frac{V_A}{3}$$

$$Q_1 = nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = nRT \ln\left(\frac{\frac{V_A}{3}}{V_A}\right) = -nRT \ln(3).$$

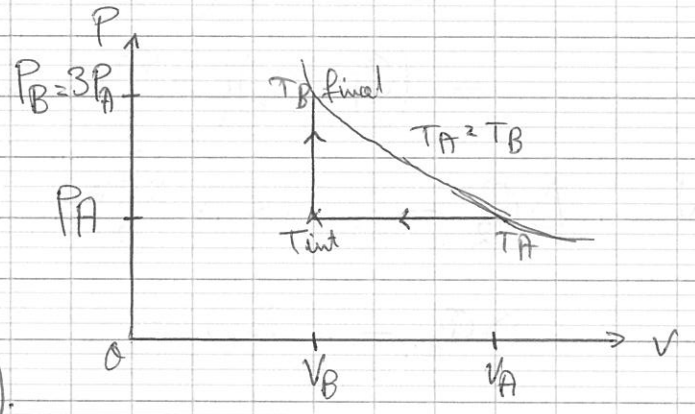
AN : $Q_1 = -5480{,}31\ J$.

On a un gaz parfait $dU = C_V dT$ d'après le P.P.T

on a : $dU = \delta Q + \delta W$.

$dU = 0$ ↗ car $T = cte$ $\Rightarrow$ $\delta Q = -\delta W$.

$$\Rightarrow \quad Q_1 = -W_1.$$



$\Delta Q_A = C_p (T_{int} - T_A)$.

$\Delta Q_B = C_V (T_B - T_{int})$

$\Delta Q_2 = \Delta Q_A + \Delta Q_B = C_p (T_{int} - T_A) + C_V (T_B - T_{int})$.

or $T_B = T_A$.

$\Delta Q_2 = C_p (T_{int} - T_A) + C_V (T_A - T_{int})$.

$\Delta Q_2 = (C_p - C_V)(T_{int} - T_A)$

$$\Delta Q_2 = (C_p - C_v)(T_{int} - T_A).$$

Calcul de T_{int} $\begin{cases} P_A V_A = nRT_A \\ P_{int} V_{int} = nRT_{int} \end{cases}$ or $\begin{cases} P_A = P_{int} \\ V_{int} = V_B = \frac{V_A}{3} \end{cases}$

$$\frac{nRT_A}{V_A} = \frac{nRT_{int}}{V_{int}} = \frac{3T_{int}}{V_A}$$

$$\Rightarrow T_A = 3T_{int} \Rightarrow T_{int} = \frac{T_A}{3}$$

$$\Delta Q_2 = (C_p - C_v)\left(\frac{T_A}{3} - \frac{3T_A}{3}\right).$$

$$= (C_p - C_v)\left(-\frac{2T_A}{3}\right) = -(C_p - C_v) \times \left(\frac{2T_A}{3}\right).$$

AN: $\Delta Q_2 = -nR \times \frac{2T_A}{3}$

$\Delta Q_2 = -3325,6\ J.$

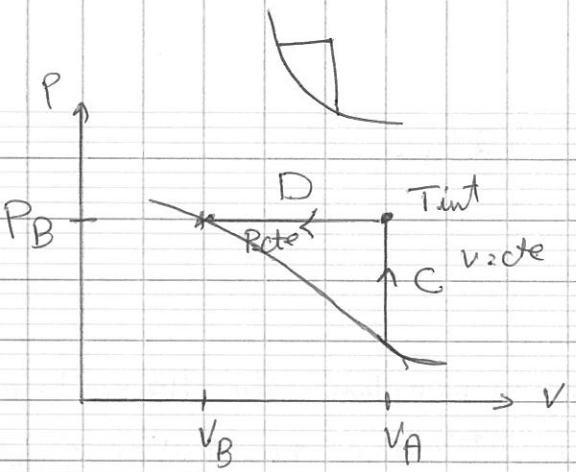
$$\Delta W_2 = -\int p\,dV = -p(V_{int} - V_A).$$

$$= -nR(T_{int} - T_A) = -nR\left(\frac{T_A}{3} - T_A\right).$$

$$\Delta W_2 = nR\left(\frac{2}{3}T_A\right).$$

AN : $\Delta W_2 = 3325,6\ J.$

للمزيد من الدروس والتمارين زورا موقعنا الإلكتروني
www.clubnajah.com
لا تترددوا في طرح استفساراتكم عبر البريد الالكتروني أو صفحتنا الرسمية عبر الفايسبوك
Clubnajah2013@gmail.com
www.facebook.com/succes.club
بالتوفيق للجميع
مع تحيات المكتب المسير لنادي النجاح



$$\Delta Q_C = C_V (T_{int} - T_A)$$

$$\Delta Q_D = C_P (T_B - T_{int})$$

$$= C_P (T_A - T_{int}).$$

$$\Delta Q_3 = \Delta Q_C + \Delta Q_D$$

$$\Delta Q_3 = C_V (T_{int} - T_A) + C_P (T_A - T_{int}).$$

$$\Delta Q_3 = (C_V - C_P)(T_{int} - T_A).$$

$$= -nR(T_{int} - T_A).$$

Calcul de T_{int}: $\begin{cases} P_A V_A = nRT_A \\ P_{int} V_{int} = nRT_{int} \end{cases}$ or $\begin{cases} V_{int} = V_A \\ P_{int} = P_B = 3P_A. \end{cases}$

On a: $\begin{cases} P_A V_A = nRT_A. \\ P_{int} V_{int} = nRT_{int} = 3P_A V_A \end{cases}$

$$\Rightarrow T_{int} = 3T_A$$

D'où $\Delta Q_3 = -nR(3T_A - T_A) = -2nRT_A.$

AN: $\Delta Q_3 = -9976\,J.$

$$\Delta W_3 = -\int_{V_A}^{V_B} p\,dV = -P_B(V_B - V_A) = -3P_A\left(\frac{V_A}{3} - V_A\right).$$

$$\Delta W_3 = -3P_A\left(-\frac{2V_A}{3}\right) = 2P_AV_A.$$

AN: $\Delta W_3 = 9976\ J.$

Rq: on remarque que la variation du travail et la chaleur dépend du chemin suivi donc ils ne sont pas des fonctions d'état.

Exercice 12:

① : une transformation est dite adiabatique si il n'y a pas d'échange de chaleur avec le milieu extérieur.

② Pour un GP:

$$\begin{cases} \delta Q = C_V dT + PdV \\ \delta Q = C_P dT + (-VdP) \\ \delta Q = \frac{V}{\gamma-1}dP + \frac{\gamma P}{\gamma-1}dV \end{cases}$$

on a: $C_V dT + PdV = 0 = \delta Q$: transformation adiabatique $\delta Q = 0$

$$\Rightarrow C_V dT + \frac{mRT}{V}dV = 0$$

$$\Rightarrow C_V \frac{dT}{T} + mR\frac{dV}{V} = 0$$

$$\Rightarrow C_V \frac{dT}{T} + (C_P - C_V)\frac{dV}{V} = 0 \qquad \times \frac{1}{C_V}$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} + \left(\frac{C_P}{C_V} - 1\right)\frac{dV}{V} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} + (\gamma - 1)\frac{dV}{V} = 0$$

$$\int \frac{dT}{T} + \int (\gamma - 1)\frac{dV}{V} = \int 0.$$

$$\ln T + (\gamma-1)\ln V = \ln cte.$$

$$\ln\left(T V^{\gamma-1}\right) = \ln cte.$$

① $\boxed{T V^{\gamma-1} = cte.}$ on a $mRT = PV$.

$$T = \frac{PV}{mR}$$

$$\Rightarrow \frac{PV}{mR} V^{\gamma-1} = cte \Rightarrow P V^1 V^{\gamma-1} = cte.$$

$$\Rightarrow \boxed{P V^{\gamma} = cte}$$ ② on a: $V = \frac{mRT}{P}$

$$\Rightarrow T \times \left(\frac{mRT}{P}\right)^{\gamma-1} = cte$$

$$T^1 \times \frac{T^{\gamma-1}}{P^{\gamma-1}} = cte; \quad T^1 \times T^{\gamma-1} \times P^{1-\gamma} = cte.$$

$$T^{\gamma} P^{1-\gamma} = cte \Rightarrow \boxed{T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = cte}$$

Exercice 13:

②.

on a: $\begin{cases} P_1 = 10^5 \text{ Pa} \\ V_1 = 3\ell = 3.10^{-3}\ m^3 \\ T_1 = \frac{P_1 V_1}{mR} \end{cases} \xrightarrow{\text{isochore}} \begin{cases} P_2 = 3P_0 \\ V_2 = V_1 \\ T_2 = \end{cases} \xrightarrow{\text{isobare}} \begin{cases} P_2 = 3P_0 \\ V_2 = 10^{-3}\ m^3 \\ T_2 = \end{cases}$

$W_1 = 0$ car ($V = cte$).

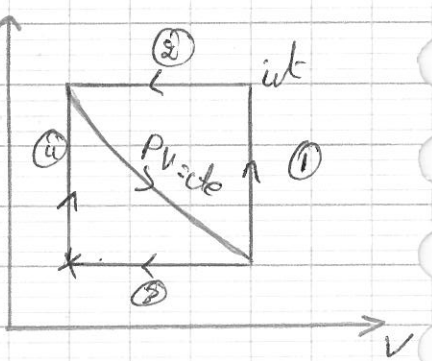
$$W_2 = -\int p\,dV = -P_2 (V_2 - V_{int}) = -P_2 (V_2 - V_1)$$

AN: $W_2 = -3.10^5 (10^{-3} - 3.10^{-3})$

$W_2 = 600\ J$. $\Rightarrow$ $W_T = W_1 + W_2 = 600\ J$.

2ème transformation:

$$\begin{cases} P_1 = 10^5\ Pa \\ V_1 = 3.10^{-3} \\ T_1 = \end{cases} \xrightarrow{\text{isobare}} \begin{cases} P_{int} = P_1 \\ V_{int} = V_2 \\ T_{int} = \end{cases} \xrightarrow{\text{isochore}} \begin{cases} P_2 = 10^5\ Pa \\ V_2 = 10^{-3}\ m^3 \\ T_2 = \end{cases}$$



$$W_3 = -P_1 (V_{int} - V_1) = -P_1 (V_2 - V_1).$$

$$W_3 = -10^5 (10^{-3} - 3.10^{-3}) = 200\ J.$$

$W_4 = 0$.

Rq: $W_{T_2} \neq W_{T_1}$ c'est pas une fonction d'état

Rq l'air limité par les courbes presente le travail.

3ème transformation: $\begin{cases} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{cases} \xrightarrow{\text{isotherme}} \begin{cases} P_2 \\ V_2 \\ T_2 = T_1 \end{cases}$.

$$W = -\int p\,dV = -nRT\int \frac{dV}{V}$$

$$W = -nRT\left[\ln\frac{V_2}{V_1}\right]_{V_1}^{V_2}$$

$$W = -8{,}314 \times 36{,}6 \times \ln\left(\frac{1.10^{-3}}{3.10^{-3}}\right)$$

$$= 334{,}29\ J.$$

Exercice 15 :

Etude d'un cycle de carnot :

entropie : $\delta S = \frac{d\Phi}{T}$

$$\Delta S = \int \frac{d\Phi}{T}$$

$$\begin{cases} P_1 = \frac{nRT_1}{V_1} = 3{,}32.10^6\ Pa \\ V_1 = 10^{-3}\ m^3 \\ T_1 = 400\ K \end{cases} \xrightarrow{\text{isotherme}} \begin{cases} P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{P_1}{2} = 16{,}6.10^5\ Pa \\ V_2 = 2V_1 = 2.10^{-3}\ m^3 \\ T_2 = T_1 \end{cases} \xrightarrow[PV^\gamma]{\text{adiaba}} \begin{cases} P_3 \\ V_3 \\ T_3 = 300\ K \end{cases}$$

$$W_1 = \int_1^2 -p\,dV = -\int_1^{②} nRT\frac{dV}{V} = -nRT\ln(2)$$

où $T = cte \Rightarrow P_2V_2 = P_1V_1 \Rightarrow P_2 = P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{d\Phi}{T} = \int_1^{②} \frac{p\,dV}{T} = \int_①^{②} \frac{nRT}{T}\frac{dV}{V}$$

$$\Delta S = \int_1^2 mR\frac{dV}{V} = mR\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = mR\ln(2).$$

$$\begin{cases} P_3 = P_2\left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \\ V_3 = V_2\left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ T_3 = 300K \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} P_4 = P_1\left(\frac{T_1}{T_4}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \\ V_4 = V_1\times\left(\frac{T_1}{T_4}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \\ T_4 = T_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 \\ V_1 \\ T_1 \end{cases}$$

$$P_2V_2^{\gamma} = P_3V_3^{\gamma}$$

$$\frac{mRT_2}{V_2}V_2^{\gamma} = \frac{mRT_3}{V_3}V_3^{\gamma}$$

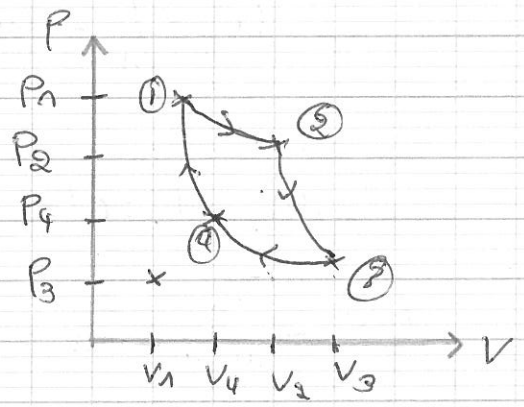
$$T_2V_2^{\gamma-1} = T_3V_3^{\gamma-1} \Rightarrow T_2P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3P_3^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$W_2 = \frac{P_3V_3 - P_2V_2}{\gamma-1} = \int_2^3 C_V\,dT = C_V(T_3-T_2)$$

$$= \frac{R}{\gamma-1}(T_3-T_2).$$

$$W_3 = -mRT\int_3^4 \frac{dV}{V} = -mRT\ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

$$W_4 = \frac{P_1V_1 - P_4V_4}{\gamma-1}$$



	V (m3)	P (Pa)	T (K)	relation
Etat ①	10^{-3}	3328000	400	$PV = cte$
Etat ②	2.10^{-3}	1664000	400	$TV^{\gamma-1} = cte$
Etat ③	0,00307854	810774,606	300	
etat ④	0,001539	621549	300	

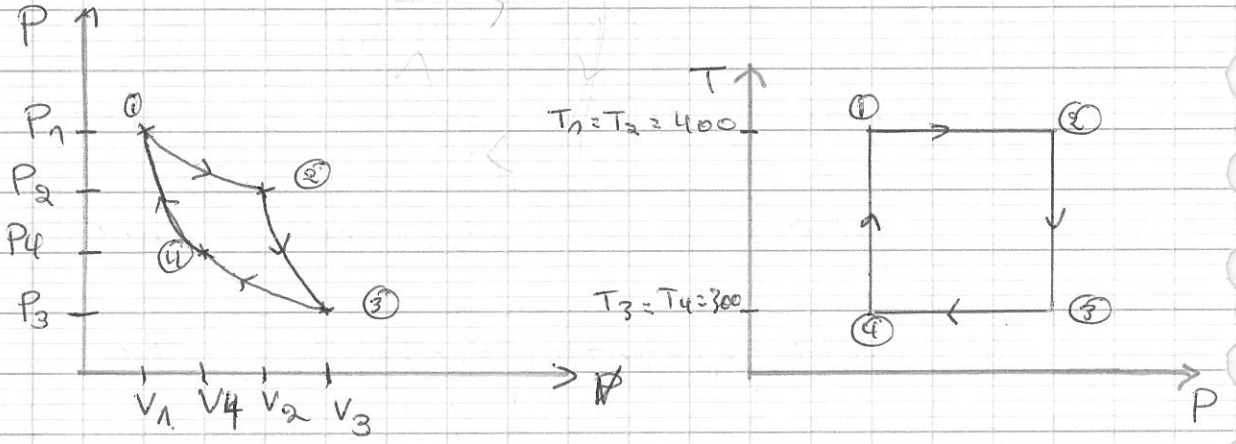
	ΔW (J)	Q (J)	DU	ΔS (JK^{-1})
isotherme	-2307 $-nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	2307	0	$\frac{Q}{T} = 5,766$
adiabatique	$\frac{P_3V_3 - V_2P_2}{\gamma - 1} = -1247,38$	0	$Cv(T_3 - T_2)$ $= 1247,38$	0
isotherme	$-nRT\ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$ 1730	$-W$	$Cv(T_f - T_i)$ $= 0$	$\frac{Q}{T} = -5,766$
adiabatique	$\frac{P_1V_1 - P_4V_4}{\gamma - 1}$ $= -1247$	0	$Cv(T_1 - T_4)$ $= 1247$	0

$W_c = -576,698$, $Q_c = 576,698$, $\Delta U = 0$

$\Delta S = 0$

$\Rightarrow W_{cycl} < 0$, $\Delta Q_1 > 0$, $\Delta Q_2 < 0$.

c'est le cycle moteur.



Exercice 14:

système fermé: il n'échange pas de matière avec l'extérieur mais il échange de l'énergie.

: la variation de l'énergie interne au cours d'une transformation est égale à la somme de la quantité de chaleur et du travail échangés

$$\Delta U = W_{12} + Q_{12}$$

l'équation d'état:

$$PV = mRT.$$

expression de ΔU et ΔH.

$$\Delta U = W_{12} + Q_{12}$$

$$\Delta H = \Delta U + (P_2 V_2 - P_1 V_1)$$

expression differentiel.

Pour un gaz parfait :

$$dU = C_V\, dT$$

$$dH = C_P\, dT$$

* isentropique = adiabatique.

dans une transformation isentropique c'à d adiabatique

le système n'échange pas de chaleur avec l'exterieu

* $$d\varphi = C_V\, dT + P\, dV$$

on a transformation adiabatique.

$$C_V dT + P dV = 0$$

$$C_V\, dT + mRT \frac{dV}{V} = 0$$

$$C_V dT + mRT \frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow C_V \frac{dT}{T} + mR \frac{dV}{V} = 0$$

$$\frac{C_V}{C_V} \frac{dT}{T} + \left(\frac{C_P}{C_V} - 1\right) \frac{dV}{V} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = 0 \Rightarrow \ln T + (\gamma - 1) \ln V = \ln$$

$$\Rightarrow \ln T + (\gamma-1)\ln V = \ln cte.$$

$$\ln T + \ln V^{\gamma-1} = \ln cte.$$

$$\Rightarrow \ln\left(T V^{\gamma-1}\right) = \ln cte$$

$$\boxed{T V^{\gamma-1} = cte}$$

Exercice 16:

dans les conditions normales:

$P = 1,01310^5$ Pa.

$T = 273$ K

$V = 22,4 \cdot 10^{-3}$ m^3

$m = 1$

on a: $PV = mRT$.

$$R = \frac{PV}{mT}$$

$$R = \frac{1,013 \cdot 10^5 \times 22,4 \cdot 10^{-3}}{273 \times 1}$$

$$R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}.$$

Dans une transformation isochore:

$$\delta S = \frac{C_V\, dT}{T} \Rightarrow S_{12} = \int_1^2 C_V \frac{dT}{T}$$

$$\Rightarrow \quad S_{1\to 2} = C_V \ln T \Rightarrow T = e^{\frac{S}{C_V}}$$

dans le cas d'une transf isobare

$$S_{1\to 2} = \int_1^2 C_p \frac{dT}{T} = C_p \ln T.$$

$$\Rightarrow \quad T = e^{\frac{S}{C_p}}$$

$$e^{\frac{S}{C_V}} \; ; \; e^{\frac{S}{C_p}}$$

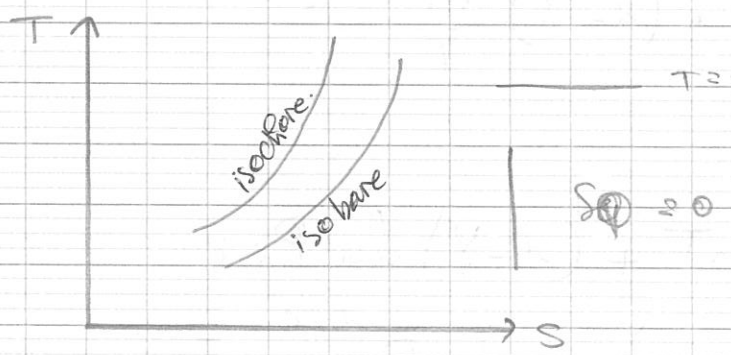
$$C_V < C_p$$

$$\frac{1}{C_V} > \frac{1}{C_p} \Rightarrow \quad \text{Si } S>0 \quad \frac{S}{C_p} < \frac{S}{C_V}$$

$$\Rightarrow e^{\frac{S}{C_p}} < e^{\frac{S}{C_V}}$$

donc la pente de l'isochore est supérieure à la pente de l'isobare.

représentation : c'est de la forme $y = e^{ax}$.

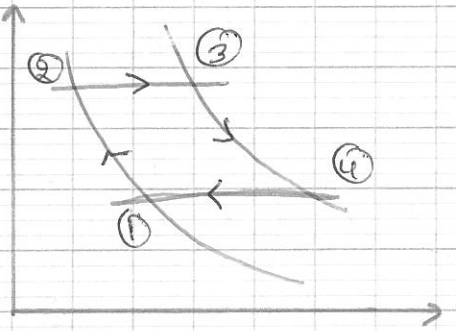


Exercice 17:

1 → 2 Adiabatique.
2 → 3 isobare.
3 → 4 Adiabatique.
4 → 1 isobare.

① $P_2 = P_3$. car 2 → 3 isobare.

② diagramme de clapeyron.



③ adiabatique:

$$\delta Q = 0$$

$$C_p dT - V dP = 0$$

$$C_p = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \quad , \quad V = \frac{nRT}{P}$$

$$\frac{nR\gamma}{\gamma - 1} dT - \frac{nRT}{P} dP = 0$$

$$\gamma \frac{dT}{T} - (\gamma - 1) \frac{dP}{P} = 0$$

$$\gamma \frac{dT}{T} + (1 - \gamma) \frac{dP}{P} = 0$$

Intégration:

$$\gamma \ln T + (1 - \gamma) \ln P = 0$$

$$\Rightarrow \ln T^{\gamma} + \ln P^{1-\gamma} = 0$$

$$\ln\left(T^{\gamma} P^{1-\gamma}\right) = cte.$$

$$\boxed{T^{\gamma} P^{1-\gamma} = cte}$$

④ 1 – 2 adiabatique:

$$T_1^{\gamma} P_1^{1-\gamma} = T_2^{\gamma} P_2^{1-\gamma}$$

$$T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_2 = T_2 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

⑤ 3 – 4 adiabatique:

$$T_3^{\gamma} P_3^{1-\gamma} = T_4^{\gamma} P_4^{1-\gamma}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow \quad P_3 = P_2 \text{ et } P_4 = P_1$$

$$\boxed{T_4 = T_3 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$$

6: 3 – 2 : Isobare.

$P = cte \quad dP = 0.$

$$\delta Q_{23} = C_p dT$$

$$\Rightarrow \quad Q_{2-3} = \int_2^3 C_p dT.$$

$$Q_C = C_p (T_3 - T_2).$$

4 — 1 isobare :

$$\delta Q_{4-1} = C_p dT. \quad \Rightarrow \quad Q_{4-1} = \int C_p dT.$$

$$Q_F = Q_{4-1} = C_p (T_1 - T_4).$$

(7) 1er principe :

$$\Delta U = U_f - U_i = Q_{i \to f} + W_{i \to f}.$$

cycle : $\Delta U = 0.$

$$W_{cycle} + Q_{cycle} = 0.$$

$$W_{cycle} = - Q_{cycle}$$

$$W_{cycle} = Q_{1-2} + Q_{23} + Q_{3-4} + Q_{4-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} Q_{1-2} = 0 \\ Q_{3-4} = 0 \end{array}\right\} \text{ car adiabatiques.}$$

$$Q_{cycle} = Q_{2-3} + Q_{4-1}.$$

$$= C_p (T_3 + T_1 - T_2 - T_4)$$

$W_{cycle} = C_p (T_2 + T_4 - T_1 - T_3)$.

8 –

	T (K)	P (Pa)	V (m^3)
Etat ①	300	10^5	$24,93.10^{-3}$
Etat ②	445,8	4.10^5	$9,27.10^{-3}$
Etat ③	900	4.10^5	$18,72.10^{-3}$
Etat ④	605,66	10^5	$50,39.10^{-3}$

$$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1}$$

$$\boxed{V_1 = 24,96.10^{-3}\ m^3}$$

$$\tau = \frac{P_2}{P_1} = 4$$

$$\Rightarrow P_2 = 4 P_1$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$= T_1 \, \tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T_2 = 300 (4)^{\frac{1,4-1}{1,4}}$$

$$\boxed{T_2 = 445,8\ K}$$

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P_2}$$

$$\boxed{V_2 = 9,27.10^{-3}\ m^3}$$

$$V_3 = \frac{nRT_3}{P_3}$$

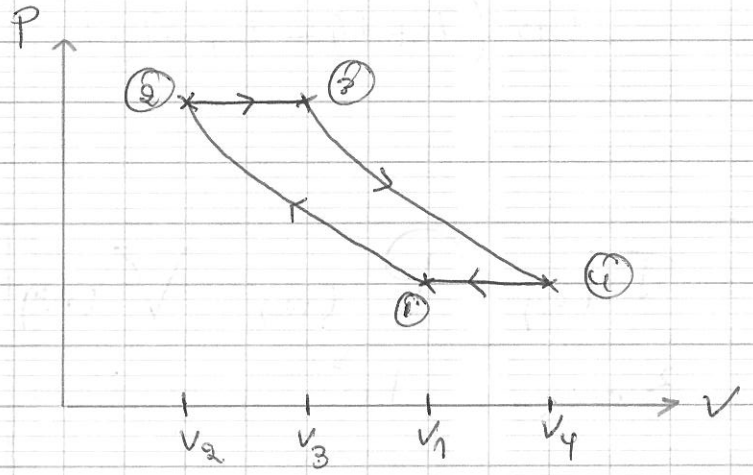
$$\boxed{V_3 = 18,72.10^{-3}\ m^3}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\boxed{T_4 = T_3 \, \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$$

$$T_4 T_2 = T_1 T_3$$

$$T_4 = \frac{T_1 T_3}{T_2} = 605,66$$



* 1 – 2 Adiabatique.

$$Q_{1-2} = 0$$

$$W_{1-2} = \Delta U = C_V (T_2 - T_1).$$

$$W_{1-2} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_2 - T_1).$$

* 2 – 3 Isochore $P = P_2 = P_3$.

$$Q_{2-3} = C_P (T_3 - T_2) = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} (T_3 - T_2)$$

$$W_{2-3} = -\int_2^3 P\,dV = -P_2 \int_{V_2}^{V_3} dV.$$

$$= -P_2 (V_3 - V_2)$$

$$W_{2-3} = -nR (T_3 - T_2).$$

3-4 Adiabatique !

$$Q_{3-4} = 0$$

$$W_{3-4} = \frac{nR}{\gamma - 1} (T_4 - T_3).$$

4-1 Isochore $P = P_1 = P_4$.

$$Q_{4-1} = C_p (T_1 - T_4).$$

$$W_{4-1} = -P (V_1 - V_4).$$

$$= -nR (T_1 - T_4).$$

	W (J)	Q (J).
1—2 Adiab	3032,64	0
2—3 isobare	-3778,94.	13 226,30
3—4 Adiab	-6122,27.	0
4—1 Isobare.	2543,09	-8900,82
cycle	$\Sigma W = -4325,48$	$\Sigma Q = 4325,48$

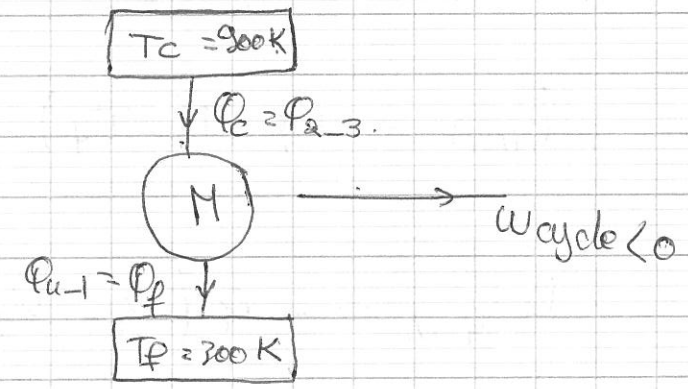
$$R = 8,32 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

$$|W_{cycle}| = |Q_{cycle}|$$

le principe d'equivalence est vérifier c'est un moteur

$$W_{cycle} = -4325,48\,J < 0.$$

$$Q_c = Q_{2-3} > 0 \qquad Q_f = Q_{4-1} < 0$$



9 ⇒ $$\eta = \frac{-W_{cycle}}{Q_{reçue}} = \frac{-W_{cycle}}{Q_c}$$

$$\eta = -\frac{C_p\,(T_2+T_4-T_1-T_3)}{(T_3-T_2)} = 1-\frac{T_4-T_1}{T_3-T_2}$$

$$\frac{T_1}{T_4} = \frac{T_2}{T_3} = a.$$

$$\eta = 1-\frac{T_4\left(1-\frac{T_1}{T_4}\right)}{T_3\left(1-\frac{T_2}{T_3}\right)} = 1-\frac{T_4\cancel{(1-a)}}{T_3\cancel{(1-a)}}$$

$$\boxed{\eta = 1-\frac{T_4}{T_3}} \qquad T_4 = T_3\,\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\boxed{\eta = 1-\tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$$

AN :

$$* \quad \eta = -\frac{W_{cycle}}{Q_c} = -\frac{(-4325,48)}{13226,30} =$$

$$* \quad \eta = 1 - \frac{T_4}{T_3} = 1 - \frac{605,66}{900} =$$

$$* \quad \eta = 1 - \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1 - 4^{\frac{1-1,4}{1,4}} =$$

$\Big\}$ 32,7 %

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_c} = 1 - \frac{300}{900}$$

$$\eta_{carnot} = 66,67\ \%$$

للمزيد من الدروس والتمارين زورا موقعنا الإلكتروني

www.clubnajah.com

لا تترددوا في طرح استفساراتكم عبر البريد الالكتروني أو صفحتنا الرسمية عبر الفايسبوك

Clubnajah2013@gmail.com

www.facebook.com/succes.club

بالتوفيق للجميع

مع تحيات المكتب المسير لنادي النجاح